

【交通运输与管理】

# 基于双层博弈的交通方式选择

贺国光, 纪银苗, 刘峰涛

(天津大学 系统工程研究所, 天津 300072)

**摘要:** 交通方式选择与交通资源配置的关系是交通领域理论研究的一个重要问题。为了使有限的道路资源得到充分合理的利用, 在只考虑公交和私家车两种出行方式的情况下, 建立双层博弈模型。其中上层以社会收益最大化为目标, 描述了交通管理者和出行者之间的博弈关系; 下层反映了公交出行者与私家车出行者之间的博弈均衡。最后用三步法求解模型, 并通过算例说明该模型与算法的应用。

**关键词:** 交通运输工程; 交通运输规划与管理; 出行方式; 双层博弈理论

**中图分类号:** U491

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1671-6248(2006)03-0004-04

## Choice for travel modes based on the two level game

HE Guo guang, JI Yin miao, LIU Feng tao

(Institute of System Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072 China)

**Abstract:** The relationship between the choice of travel modes and traffic resources configuration is an important problem of transportation theory. Only two types of travel modes, namely, autobus and private car are considered, and a two level game model has been formulated with the purpose to make reasonable and sufficient use of the limited traffic resources. The upper level of the model aims to maximize the total social profit, which describes the relationship between administrators and travelers; the lower level reflects the game equilibrium of the autobus travelers and the private car travelers. Finally the three step method is adopted to solve the model. At last the application of the model as well as the algorithm is illustrated by a numerical example.

**Key words:** traffic and transportation engineering; planning and managing of transportation; travel mode; two level game

## 0 引言

在人口拥挤的中国大中城市, 道路是一种稀缺资源。在道路资源有限的条件下, 如何合理地配置各种交通方式之间的比例, 尽可能地满足人们的交通需求, 减轻城市交通所面临的巨大压力是我们亟待解决的问题。

到目前为止, 对交通方式进行分析的文章很多, 其中对各种交通出行方式之间协调发展进行定性分

析的文章较多<sup>[1,2]</sup>, 涉及的理论和提出的建议很难满足制定交通策略的要求, 很多基于数学理论的解释, 如效用理论<sup>[3]</sup>、随机效用理论<sup>[4]</sup>、熵理论<sup>[5]</sup> 都曾被用于解释交通方式选择行为; 博弈论也广泛地应用于交通领域<sup>[6,8]</sup>。但这些理论都局限于管理者与出行者或出行者之间的关系分析, 没有把两者之间的竞争综合起来考虑。本文运用双层博弈理论把两种竞争融合为一个整体, 为简单起见, 作以下基本假设:

①交通需求和交通供给在短时间内保持不变; ②只

收稿日期: 2006-03-08

基金项目: 国家重点科技成果推广计划(2002EC000255); 河北科技研发计划(05457242)

作者简介: 贺国光(1942-), 男, 湖南湘潭人, 教授, 博士研究生导师。

考虑公交出行者和私家车出行者; ③出行者之间是相互独立的; ④交通管理者追求的是社会效益的最大化, 出行者只考虑自己的利益, 追求出行费用最小化, 这里出行费用包括道路上的时间消耗、上下班早到或迟到的延误费用以及道路收费。

## 1 交通管理者和出行者之间的博弈

### 1.1 博弈关系

交通管理者和出行者之间的博弈关系<sup>[9]</sup>可以运用委托代理模型<sup>[10]</sup>加以分析, 交通管理者为委托人, 出行者为代理人。交通管理者追求社会效益的最大化, 出行者追求自身效用的最大化, 两者之间存在着信息的不对称。管理者在交通需求和交通供给给定的情况下制定出使社会效用最大的策略, 通过相应措施实施收费、诱导。在这种策略的实施下, 出行者根据自身的原则和利益选择相应的出行方式。

### 1.2 博弈模型

将产出的社会效益定义为  $g(e, \theta)$ , 它是管理策略有效程度  $e$  的递增函数, 但是由于交通系统是一个开放的复杂系统<sup>[11]</sup>, 所以产生的效益不仅与  $e$  相关, 而且受到交通设施的服务水平、自然条件等多种因素的影响。设影响程度为  $\theta$ , 那么管理者实施策略的成本(即投入)为  $w(q)$ 。由于管理者不能直接观测到实施效果, 但可以测量产出的效益, 所以把投入作为产出的函数。出行者的效用函数  $u(e, w)$  是有效程度  $e$  的递减函数, 是交通管理者投入成本  $w$  的递增函数, 而管理者的效用函数  $v(q - w)$  是产出与投入差  $(q - w)$  的递增函数。两者的博弈关系见表 1。

表 1 博弈关系

局中人	交通管理者, 出行者
博弈顺序	交通管理者根据观测到的现状制定优化策略, 投入的成本为 $w$
	出行者决定支持或反对这种策略
	策略实施的有效程度为 $e$
	交通设施服务水平、自然条件等因素的影响 $\theta$
	产出的社会效益 $q(e, \theta)$ , 其中 $\frac{\partial q}{\partial e} > 0$
支 付	如果出行者反对策略, 则 $\pi_{\text{出行者}} = a, \pi_{\text{管理者}} = 0$
	如果出行者支持策略, 则 $\pi_{\text{出行者}} = u(e, w), \pi_{\text{管理者}} = v(q - w)$

交通管理者作为委托人, 通过观测到的收益  $q(e, \theta)$  选择投入  $w$ , 以使其期望效用  $v(q - w)$  最大化。其约束条件一是出行者可以不支持策略的参与

约束; 二是策略实施的有效性必须使出行者满意, 从而得到支持策略的激励(即激励兼容约束)。模型表达如下

$$\max_{w \in \mathcal{W}} Ev\{q(e - \theta) - w[q(e - \theta)]\} \tag{1}$$

$$\text{s. t.} \quad e = \arg \max_e eu\{e, w[q(e, \theta)]\} \tag{2}$$

(激励兼容约束)

$$Eu\{e, w[q(e, \theta)]\} \geq \bar{u} \quad (\text{参与约束}) \tag{3}$$

## 2 公交出行者与私家车出行者的博弈

随着经济水平的不断提高, 人们对出行也提出了更高要求, 私家车出行已经是非常普遍的出行方式。截止到 2004 年 11 月底, 北京机动车的拥有量已达到 227 万辆, 其中公交车占 26.5%, 私家车占 70%。在道路资源有限的情况下, 两种出行方式之间的相互影响是必然的。

本文根据 Vickrey 提出的交通瓶颈模型确定的公交出行者与私家车出行者之间的均衡<sup>[12]</sup>, 建立双层博弈模型, 确定给定有效水平下两种出行方式之间的比例, 这种博弈均衡的结果为

$$\begin{cases} N_1 = \frac{s_1(H - \lambda)}{(s_1 + s_2)H - \lambda} \left[ N - \frac{(\beta + \gamma)s_2}{\beta\gamma} a_1 T_f - a_2 T_f - p + \pi(t) \right] \\ N_2 = N - N_1 \end{cases} \tag{4}$$

式中:  $N$  为给定的总的出行者;  $N_1$  为私家车出行者人数;  $N_2$  为公交出行者人数;  $L$  为公交车对私家车的影 响系数;  $a_i$  为方式  $i$  的时间价值系数;  $B(r)$  为单位早到(或晚到)时间惩罚系数;  $H$  为公交车的发车时距;  $p$  为公交车费;  $s_1$  为瓶颈路段通行能力;  $s_2$  为公交车输送能力;  $T_f$  为自由行驶时间;  $\pi(t)$  为  $t$  时刻的道路收费。

## 3 建立双层博弈模型

“双层博弈”理论是罗伯特·帕特南于 1988 年提出的, 该理论最先应用于国际谈判领域, 在其他领域的应用还很少见。本文将双层博弈思想运用于交通方式的选择中, 其中博弈的两个层次为管理者和出行者之间的博弈( $L_1$ )以及公交出行者和私家车出行者之间的博弈( $L_2$ )。在  $L_1$  层次的博弈中, 交通管理者总是力求使社会效益最大化, 以随时应对交通方面的压力; 在  $L_2$  层次的博弈中, 出行者根据自身利益选择出行方式, 这两种出行方式通过竞争达到平衡。在第一层次中, 制定交通策略时必须考虑  $L_2$  层次的博弈平衡, 把握好出行者之间的反应以

及能接受的最低限度,才能更好地制定和实施交通策略。双层博弈的核心概念是“获胜集合”,“获胜集合”是指  $L_2$  层出行者对  $L_1$  层制定的策略的赞同程度。“获胜集合”越大,表示出行者越支持  $L_1$  层的交通策略,该策略的实施也就越容易获得成效;否则,策略失败的风险就越大。

运用双层博弈理论,将交通策略的制定实施分为交通管理者制定策略和出行者贯彻策略的实施两个过程。为了实现社会效益的最大化,同时保证交通策略的顺利实施,交通管理者在制定交通改善策略的时候必须考虑到出行者的利益,把出行者之间的博弈平衡考虑进去,以逐步了解面对的“获胜集合”。

交通管理者的问题是实现社会效益的最大化,可以表示为式(1)。与单层博弈模型不同的是,双层博弈模型的约束条件考虑了出行者之间的博弈行为,策略的有效程度由两种出行方式之间的博弈平衡确定,可以表示为

$$e = g(N_1/N_2) \quad (5)$$

再加上原来的激励相容约束和参与约束,双层博弈模型为

$$\begin{aligned} \max_{w(\cdot)} & Ev\{q(e-\theta) - w[q(e-\theta)]\} \\ s. t. & \quad e = g(N_1/N_2) \\ & e = \arg \max_e Eu\{e, w[q(e, \theta)]\} \\ & Eu\{e, w[q(e, \theta)]\} \geq \bar{u} \end{aligned} \quad (6)$$

在忽略其他因素对出行方式影响的情况下,  $e$  可以看作是与  $N_1/N_2$  完全相关的,即  $g(\cdot)$  是一个确定的函数,因此在最优有效程度解出后,就可以找到达到最优有效程度的具体方法。

## 4 模型求解

### 4.1 求解步骤

在双层博弈模型中,由于约束是非凸的,所以难以直接求解。本文运用由 Grossman 和 Hart(1983)提出、后来被 Fudenberg 和 Jean(1990)命名的三步法<sup>[13]</sup>来求解。

第一步:对每个可能的有效水平,找到诱使出行者选择该水平的投资方式,为了达到有效水平  $e$ ,  $w(\cdot)$  必须满足激励相容和参与约束。

第二步:找到支持有效水平  $e$  的最小投资成本  $c(e)$ ,即

$$c(e) = \min_{w(\cdot)} Ew[q(e, \theta)] \quad (7)$$

第三步:在投资方式支持各种有效水平的前提

下,选择最大化社会效益的有效水平,即

$$\max_e Ev[q(e, \theta) - c(e)] \quad (8)$$

### 4.2 算例分析

由于自然状态的不确定性,在双层博弈中有效水平并不能与观测到的产出完全相关。某种给定的产出可以由几种不同的有效水平产生,对于任意一个  $e$  值和不同的  $\theta$  值,也会产生几个不同的  $q$  值。为了简单起见,把由出行者行为确定的有效水平简化成“低( $e_l$ )”和“高( $e_h$ )”两种,设定可以观测到的产出有 3 种,分别为 -100、+100、+500。出行者是规避风险的,在不实施交通策略时所获为  $u(50)$ ,其中  $u' > 0, u'' < 0$ ;管理者为风险中性的,在不实施交通策略时,其支付为 0。在出行者和管理者实施交通策略后,则

$$\begin{aligned} \pi_{\text{管理者}} &= q - w(q) \\ \pi_{\text{出行者}} &= \begin{cases} u[w(q)] \\ u[w(q) - 50] \end{cases} \end{aligned}$$

以概率的形式表示出行者和管理者之间的博弈(表 2)。

表 2 利润的概率

		利 润			
有效水平		-100	+100	+500	总和
	高	0.25	0	0.75	1
	低	0.5	0.5	0	1

出行者获得的预期支付为

$$\pi(e_h) = 0.25u[w(-100) - 50] + 0.75u[w(+500) - 500]$$

$$\pi(e_l) = 0.5u[w(-100)] + 0.5u[w(+100)]$$

其计算过程如下:

第一步:激励相容约束为  $\pi(e_h) \geq \pi(e_l)$ ,得到

$$0.25u[w(-100) - 50] + 0.75u[w(+500) - 500] \geq 0.5u[w(-100)] + 0.5u[w(+100)]$$

同时参与约束为

$$\pi(e_h) = 0.25u[w(-100) - 50] + 0.75u[w(+500) - 500] \geq u(50)$$

为满足激励相容和参与约束,设投资方式为

$$w(+500) = 100; w(-100) = 100; w(+100) = -\infty$$

第二步:管理者要出行者支持该项策略,即达到策略实施的高有效水平,那么在  $q = +500$  和  $q = -100$  两种情况下的投资应该相同,  $w(+500) = w(-100) = 100$  时,参与约束为等式,即紧约束,这说明此时管理者的成本投入(如收费点的设置费用、增加公交车辆等)最少。

第三步:管理者的总预期支付为

$$0.25(-100) + 0.75(+500) - 100 = 250$$

该支付大于0,因此管理者得到足够的收益而愿意以这种方式进行投资。

第四步:通过  $e = g(N_1/N_2)$  确定高有效水平时  $N_1/N_2$  的值。很明显,当  $x = N_1/N_2$  达到某一值时,得到最高有效水平  $e_{\max}$ 。设  $g(\cdot)$  为一个二次函数  $g(x) = -ax^2 + bx (x > 0)$ , 其图形如图1所示,那么根据  $e$  值很容易得到  $x$  值。根据现状,可以测得目前私家车出行者和公交出行者之间的比例  $x_0$ 。当  $x \leq x_0$  时,说明应该限制私家车出行,可以实施公交优先,通过缩短发车时间、降低票价或增加道路收费等措施来改善出行方式的配置;反之,则应该鼓励私家车出行。

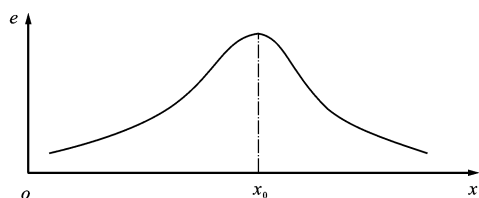


图1  $g(\cdot)$  的图形

## 5 结 语

本文通过双层博弈模型,把交通管理者与出行者以及出行者之间的竞争融为一体进行分析,这样更加符合实际;讨论有效水平的计算方法,只需通过实际观测数据确定  $g(\cdot)$ ,就能有的放矢地制定交通策略。

(上接第3页)

和,从概念上讲,需要加总在产品被销售之前的生产过程中每个部门生产的价值,用不同时期生产价值总和的增长表示经济增长,这和模型计算得出的社会总价值的增长量  $p$  意义相同。但GDP是用价格衡量的,存在着受通货膨胀影响的缺陷,比如所有商品和服务都保持不变而价格上涨一倍,则GDP会翻一倍,但社会总价值并未发生变化,所以  $p$  的衡量标准有待进一步研究,建议采用不变价格统计、计算。

## 5 结 语

解析交通发展与经济增长之间的量化关系一直是交通运输经济研究领域的研究难点,本文从交通发展引起劳动力在不同行业间转移从而深化社会分工的角度,分析了交通发展与经济增长的关系,为交通发展与经济增长之间的量化研究提供一种新的思路。

## 参考文献:

- [1] 宋娜. 推进城市交通方式的协调发展[J]. 中国科技成果, 2005, 13(5): 58-59.
- [2] 张蕊, 吴海燕. 北京市交通出行方式合理结构模式研究[J]. 北京建筑工程学院学报, 2005, 21(1): 23-27.
- [3] 罗建国. 旅客交通行为分析理论与模型[J]. 公路与汽车, 2002, 3(6): 72-73.
- [4] Jean D. H. International center for transportation studies[M]. Rome: ICTS, 1981.
- [5] 王劲峰. 区域经济分析的模型方法[M]. 北京: 科学出版社, 1993.
- [6] 李振龙. 诱导条件下驾驶员路径选择行为的演化博弈分析[J]. 交通运输系统工程与信息, 2003, 3(2): 23-27.
- [7] 鲁丛林. 诱导条件下的驾驶员反应行为的博弈模型[J]. 交通运输系统工程与信息, 2005, 5(1): 58-61.
- [8] 黄海军, Michael G. H. 杨海. 公共与个体竞争交通系统的定价研究[J]. 管理科学学报, 1998, 1(2): 17-23.
- [9] 马寿峰, 卜军峰, 张安训. 交通诱导中系统最优与用户最优的博弈协调[J]. 系统工程学报, 2005, 20(1): 30-37.
- [10] Eric R. Games and information[M]. Beijing: Peking University Press, 2003.
- [11] 贺国光. ITS 系统工程导论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2004.
- [12] 林震, 杨洁. 不同条件下出行方式平衡模型及特性分析[J]. 管理工程学报, 2004, 18(2): 30-34.
- [13] Fudenberg D, Jean I. Moral hazard and renegotiation in agency contracts[J]. Econometrica, 1990, 47(5): 1279-1320.

## 参考文献:

- [1] 朱利安·西蒙. 没有极限的增长[M]. 江南, 喜明, 译. 成都: 四川人民出版社, 1985.
- [2] 肯尼思·巴顿. 运输经济学[M]. 冯宗宪, 译. 北京: 商务印书馆, 2001.
- [3] 汪传旭. 交通运输业对国民经济贡献的衡量方法[J]. 中国公路学报, 2004, 17(1): 94-97.
- [4] 赵坚, 杨轶. 交通运输业与经济增长的关系[J]. 交通运输系统工程与信息, 2003, 3(2): 65-71.
- [5] 王花兰, 周伟, 王元庆. 交通发展与社会分工关系模型研究[J]. 铁道运输与经济, 2005, 27(5): 17-19.
- [6] 陆国梁. 经济增长的实质和源泉[J]. 江汉论坛, 1999, 8(3): 15-18.
- [7] 栢林. 经济增长的源泉——劳动积累与资本积累[J]. 中共中央党校学报, 2003, 7(1): 63-67.
- [8] 宋琳, 张辑. 社会经济发展观底蕴探析[J]. 长安大学学报: 社会科学版, 2004, 6(1): 30-34.